数学Ⅰ・数学A

（全　問　必　答）

第1問　（配点　20）

〔1〕　$\alpha = \dfrac{\sqrt{7} - \sqrt{3}}{\sqrt{7} + \sqrt{3}}$ とする。α の分母を有理化すると

$$\alpha = \frac{\boxed{\text{ア}} - \sqrt{\boxed{\text{イウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

となる。

2次方程式 $6x^2 - 7x + 1 = 0$ の解は

$$x = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}},\quad \boxed{\text{キ}}$$

である。

次の⓪～③の数のうち最も小さいものは $\boxed{\text{ク}}$ である。

⓪ $\dfrac{\boxed{\text{ア}} - \sqrt{\boxed{\text{イウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}$　　① $\dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{ア}} - \sqrt{\boxed{\text{イウ}}}}$

② $\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$　　③ $\boxed{\text{キ}}$

（数学Ⅰ・数学A第1問は次ページに続く。）

〔2〕 次の $\boxed{\text{ケ}}$ ～ $\boxed{\text{サ}}$ に当てはまるものを，下の⓪～③のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。また，$\boxed{\text{シ}}$ に当てはまるものを，下の④～⑦のうちから一つ選べ。

自然数 n に関する条件 p，q，r，s を次のように定める。

p：n は 5 で割ると 1 余る数である

q：n は 10 で割ると 1 余る数である

r：n は奇数である

s：n は 2 より大きい素数である

また，条件 r の否定を $\overline{r}$，条件 s の否定を $\overline{s}$ で表す。このとき

「p かつ r」は q であるための $\boxed{\text{ケ}}$ 。

$\overline{r}$ は $\overline{s}$ であるための $\boxed{\text{コ}}$ 。

「p かつ s」は「q かつ s」であるための $\boxed{\text{サ}}$ 。

⓪ 必要十分条件である

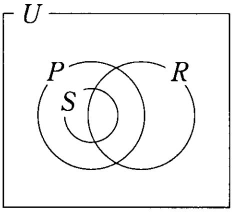
① 必要条件であるが，十分条件でない

② 十分条件であるが，必要条件でない

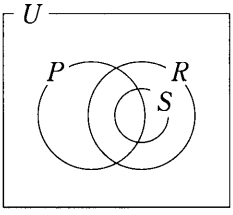
③ 必要条件でも十分条件でもない

自然数全体の集合を全体集合 U とし，条件 p を満たす自然数全体の集合を P，条件 r を満たす自然数全体の集合を R，条件 s を満たす自然数全体の集合を S とすると，P，R，S の関係を表す図は $\boxed{\text{シ}}$ である。

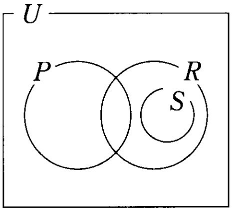
④



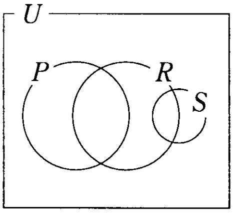
⑤



⑥



⑦



第2問 (配点 25)

a，b を実数とし，x の二つの2次関数

$$y = 3x^2 - 2x - 1 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

$$y = x^2 + 2ax + b \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ②$$

のグラフをそれぞれ G_1，G_2 とする。

以下では，G_2 の頂点は G_1 上にあるとする。

このとき

$$b = \boxed{\text{ア}}\,a^2 + \boxed{\text{イ}}\,a - \boxed{\text{ウ}}$$

であり，G_2 の頂点の座標を a を用いて表すと

$$\left(-a,\ \boxed{\text{エ}}\,a^2 + 2a - \boxed{\text{オ}}\right)$$

となる。

(数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。)

(1) G_2 の頂点の y 座標は，$a=\dfrac{\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ のとき，最小値 $\dfrac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ をとる。

$a=\dfrac{\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ のとき，G_2 の軸は直線 $x=\dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ であり，G_2 と x 軸との

交点の x 座標は

$$\frac{\boxed{\text{セ}}\pm\boxed{\text{ソ}}\sqrt{\boxed{\text{タ}}}}{\boxed{\text{チ}}}$$

である。

(2) G_2 が点 $(0,\ 5)$ を通るとき，$a=\boxed{\text{ツ}}$，$\dfrac{\boxed{\text{テト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ である。

$a=\boxed{\text{ツ}}$ のとき，G_2 を x 軸方向に $\boxed{\text{ニ}}$，y 軸方向にも同じく $\boxed{\text{ニ}}$ だけ平行移動しても頂点は G_1 上にある。ただし，$\boxed{\text{ニ}}$ は 0 でない数とする。

第3問 （配点　30）

△ABC を AB = 3，BC = 4，CA = 5 である直角三角形とする。

(1) △ABC の内接円の中心を O とし，円 O が 3 辺 BC，CA，AB と接する点をそれぞれ P，Q，R とする。このとき，OP = OR = $\boxed{\text{ア}}$ である。また，

$$\mathrm{QR} = \frac{\boxed{\text{イ}}\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}$$ であり，$$\sin\angle\mathrm{QPR} = \frac{\boxed{\text{オ}}\sqrt{\boxed{\text{カ}}}}{\boxed{\text{キ}}}$$ である。

（数学Ⅰ・数学A第３問は次ページに続く。）

(2) 円Oと線分APとの交点のうちPと異なる方をSとする。このとき，

$\mathrm{AP}=\sqrt{\boxed{\text{クケ}}}$ であり，$\mathrm{SP}=\dfrac{\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サシ}}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である。また，点S

から辺BCへ垂線を下ろし，垂線とBCとの交点をHとする。このとき

$$\mathrm{HP}=\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}},\qquad \mathrm{SH}=\frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$$

である。したがって，$\tan\angle\mathrm{BCS}=\dfrac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$ である。

(3) 円O上に点Tを線分RTが円Oの直径となるようにとる。このとき，

$\tan\angle\mathrm{BCT}=\dfrac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ である。よって，$\angle\mathrm{RSC}=\boxed{\text{ニヌ}}^\circ$ であり，

$\angle\mathrm{PSC}=\boxed{\text{ネノ}}^\circ$ である。

第4問 （配点　25）

袋の中に赤玉5個，白玉5個，黒玉1個の合計11個の玉が入っている。赤玉と白玉にはそれぞれ1から5までの数字が一つずつ書かれており，黒玉には何も書かれていない。なお，同じ色の玉には同じ数字は書かれていない。この袋から同時に5個の玉を取り出す。

5個の玉の取り出し方は $\boxed{\text{アイウ}}$ 通りある。

取り出した5個の中に同じ数字の赤玉と白玉の組が2組あれば得点は2点，1組だけあれば得点は1点，1組もなければ得点は0点とする。

（数学Ⅰ・数学A第4問は次ページに続く。）

(1) 得点が0点となる取り出し方のうち，黒玉が含まれているのは $\boxed{\text{エオ}}$ 通りであり，黒玉が含まれていないのは $\boxed{\text{カキ}}$ 通りである。

得点が1点となる取り出し方のうち，黒玉が含まれているのは $\boxed{\text{クケコ}}$ 通りであり，黒玉が含まれていないのは $\boxed{\text{サシス}}$ 通りである。

(2) 得点が1点である確率は $\dfrac{\boxed{\text{セソ}}}{\boxed{\text{タチ}}}$ であり，2点である確率は $\dfrac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テト}}}$ である。

また，得点の期待値は $\dfrac{\boxed{\text{ナニ}}}{\boxed{\text{ヌネ}}}$ である。