数学Ⅰ・数学A

問　題	選　択　方　法
第1問	必　　答
第2問	必　　答
第3問	いずれか2問を選択し，解答しなさい。
第4問	
第5問	

数学Ⅰ・数学A　（注）この科目には，選択問題があります。（23ページ参照。）

第1問 （必答問題）（配点　30）

〔1〕 a を実数とする。

$9a^2-6a+1=\left(\boxed{\text{ア}}\,a-\boxed{\text{イ}}\right)^2$ である。次に

$$A=\sqrt{9a^2-6a+1}+|a+2|$$

とおくと

$$A=\sqrt{\left(\boxed{\text{ア}}\,a-\boxed{\text{イ}}\right)^2}+|a+2|$$

である。

次の三つの場合に分けて考える。

- $a>\dfrac{1}{3}$ のとき，$A=\boxed{\text{ウ}}\,a+\boxed{\text{エ}}$ である。
- $-2\leqq a\leqq\dfrac{1}{3}$ のとき，$A=\boxed{\text{オカ}}\,a+\boxed{\text{キ}}$ である。
- $a<-2$ のとき，$A=-\boxed{\text{ウ}}\,a-\boxed{\text{エ}}$ である。

（数学Ⅰ・数学A第1問は次ページに続く。）

$A = 2a + 13$ となる a の値は

$$\boxed{\text{ク}},\quad \frac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

である。

(数学Ⅰ・数学A第1問は次ページに続く。)

〔2〕 二つの自然数 m，n に関する三つの条件 p，q，r を次のように定める。

p：m と n はともに奇数である
q：$3mn$ は奇数である
r：$m+5n$ は偶数である

また，条件 p の否定を $\overline{p}$ で表す。

(1) 次の $\boxed{\text{シ}}$，$\boxed{\text{ス}}$ に当てはまるものを，下の⓪〜②のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

二つの自然数 m，n が条件 $\overline{p}$ を満たすとする。このとき，m が奇数ならば n は $\boxed{\text{シ}}$。また，m が偶数ならば n は $\boxed{\text{ス}}$。

⓪ 偶数である
① 奇数である
② 偶数でも奇数でもよい

（数学Ⅰ・数学A第1問は次ページに続く。）

(2) 次の $\boxed{\text{セ}}$，$\boxed{\text{ソ}}$，$\boxed{\text{タ}}$ に当てはまるものを，下の⓪～③のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

p は q であるための $\boxed{\text{セ}}$。

p は r であるための $\boxed{\text{ソ}}$。

$\overline{p}$ は r であるための $\boxed{\text{タ}}$。

⓪ 必要十分条件である

① 必要条件であるが，十分条件ではない

② 十分条件であるが，必要条件ではない

③ 必要条件でも十分条件でもない

（数学Ⅰ・数学A第1問は次ページに続く。）

〔3〕 a と b はともに正の実数とする。x の2次関数

$$y = x^2 + (2a - b)x + a^2 + 1$$

のグラフを G とする。

(1) グラフ G の頂点の座標は

$$\left(\frac{b}{\boxed{\text{チ}}} - a,\quad -\frac{b^2}{\boxed{\text{ツ}}} + ab + \boxed{\text{テ}}\right)$$

である。

(2) グラフ G が点 $(-1,\ 6)$ を通るとき，b のとり得る値の最大値は $\boxed{\text{ト}}$ であり，そのときの a の値は $\boxed{\text{ナ}}$ である。

$b = \boxed{\text{ト}}$，$a = \boxed{\text{ナ}}$ のとき，グラフ G は2次関数 $y = x^2$ のグラフを x 軸方向に $\dfrac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$，$y$ 軸方向に $\dfrac{\boxed{\text{ネノ}}}{\boxed{\text{ハ}}}$ だけ平行移動したものである。

第2問 （必答問題）（配点 30）

〔1〕 △ABCにおいて，AB = 3，BC = 4，AC = 2とする。

次の $\boxed{\text{エ}}$ には，下の⓪～②のうちから当てはまるものを一つ選べ。

$\cos \angle BAC = \dfrac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ であり，∠BACは $\boxed{\text{エ}}$ である。また，

$\sin \angle BAC = \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{オカ}}}}{\boxed{\text{キ}}}$ である。

⓪ 鋭角　　① 直角　　② 鈍角

（数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。）

線分 AC の垂直二等分線と直線 AB の交点を D とする。

$\cos \angle \mathrm{CAD} = \dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ であるから，$\mathrm{AD} = \boxed{\text{コ}}$ であり，$\triangle\mathrm{DBC}$ の面積は $\dfrac{\boxed{\text{サ}}\sqrt{\boxed{\text{シス}}}}{\boxed{\text{セ}}}$ である。

（数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。）

〔2〕 全国各地の気象台が観測した「ソメイヨシノ（桜の種類）の開花日」や，「モンシロチョウの初見日（初めて観測した日）」，「ツバメの初見日」などの日付を気象庁が発表している。気象庁発表の日付は普通の月日形式であるが，この問題では該当する年の1月1日を「1」とし，12月31日を「365」（うるう年の場合は「366」）とする「年間通し日」に変更している。例えば，2月3日は，1月31日の「31」に2月3日の3を加えた「34」となる。

(1) 図1は全国48地点で観測しているソメイヨシノの2012年から2017年までの6年間の開花日を，年ごとに箱ひげ図にして並べたものである。

図2はソメイヨシノの開花日の年ごとのヒストグラムである。ただし，順番は年の順に並んでいるとは限らない。なお，ヒストグラムの各階級の区間は，左側の数値を含み，右側の数値を含まない。

次の $\boxed{\text{ソ}}$，$\boxed{\text{タ}}$ に当てはまるものを，図2の⓪～⑤のうちから一つずつ選べ。

- 2013年のヒストグラムは $\boxed{\text{ソ}}$ である。
- 2017年のヒストグラムは $\boxed{\text{タ}}$ である。

（数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。）

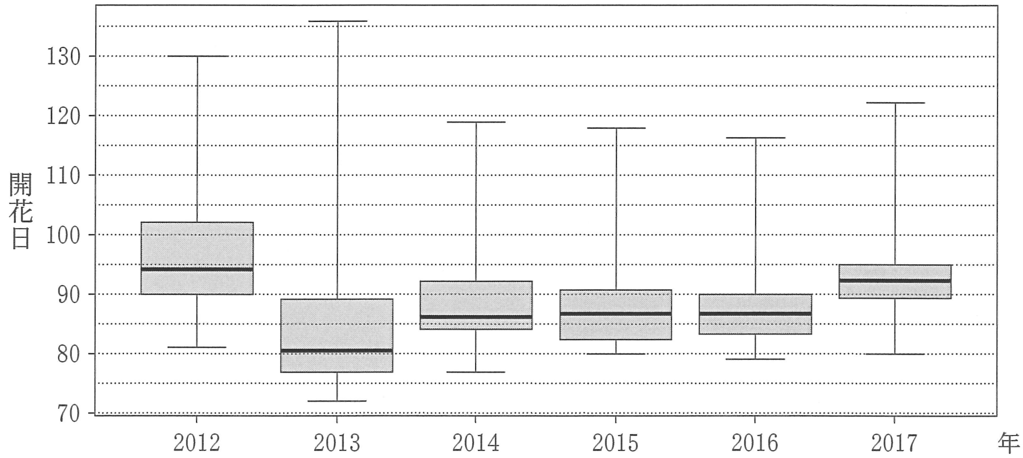

図1　ソメイヨシノの開花日の年別の箱ひげ図

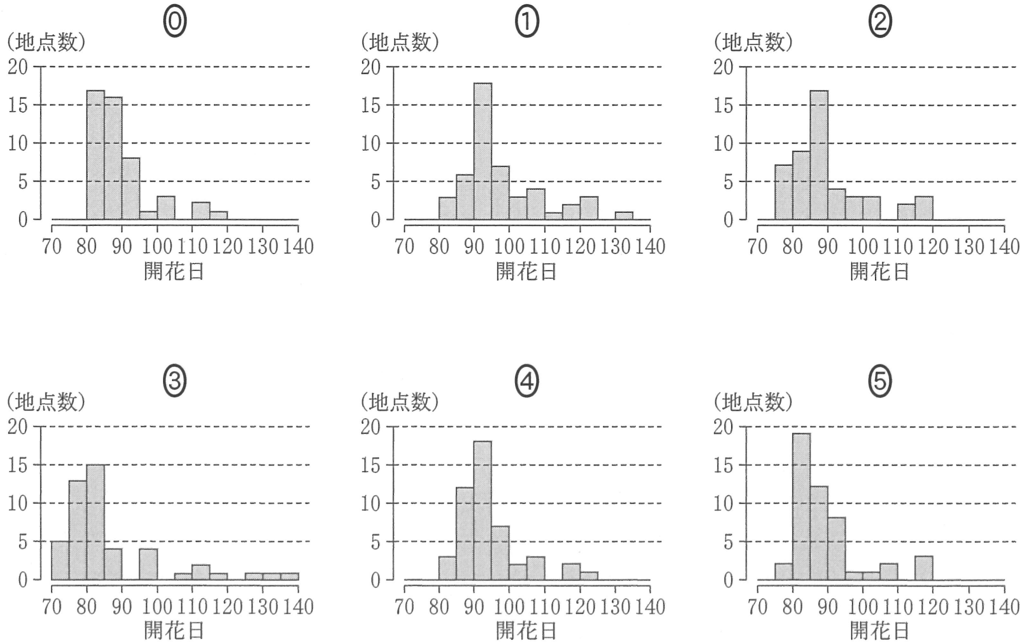

図2　ソメイヨシノの開花日の年別のヒストグラム

(出典：図1，図2は気象庁「生物季節観測データ」Web ページにより作成)

(数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。)

(2) 図3と図4は，モンシロチョウとツバメの両方を観測している41地点における，2017年の初見日の箱ひげ図と散布図である。散布図の点には重なった点が2点ある。なお，散布図には原点を通り傾き1の直線(実線)，切片が -15 および15で傾きが1の2本の直線(破線)を付加している。

次の $\boxed{\text{チ}}$，$\boxed{\text{ツ}}$ に当てはまるものを，下の⓪～⑦のうちから一つずつ選べ。ただし，解答の順序は問わない。

図3，図4から読み取れることとして**正しくないもの**は，$\boxed{\text{チ}}$，$\boxed{\text{ツ}}$ である。

⓪ モンシロチョウの初見日の最小値はツバメの初見日の最小値と同じである。

① モンシロチョウの初見日の最大値はツバメの初見日の最大値より大きい。

② モンシロチョウの初見日の中央値はツバメの初見日の中央値より大きい。

③ モンシロチョウの初見日の四分位範囲はツバメの初見日の四分位範囲の3倍より小さい。

④ モンシロチョウの初見日の四分位範囲は15日以下である。

⑤ ツバメの初見日の四分位範囲は15日以下である。

⑥ モンシロチョウとツバメの初見日が同じ所が少なくとも4地点ある。

⑦ 同一地点でのモンシロチョウの初見日とツバメの初見日の差は15日以下である。

(数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。)

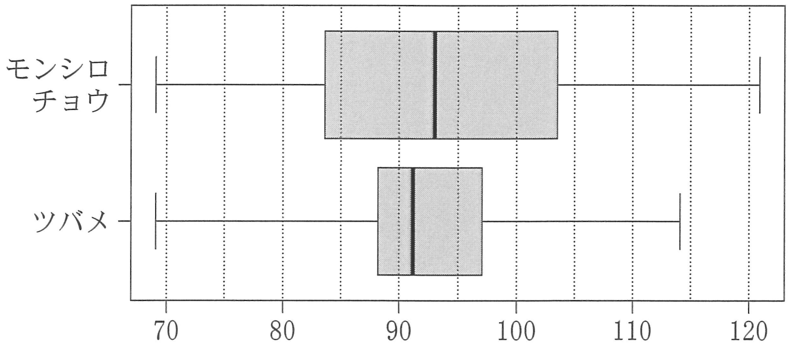

図3　モンシロチョウとツバメの初見日(2017年)の箱ひげ図

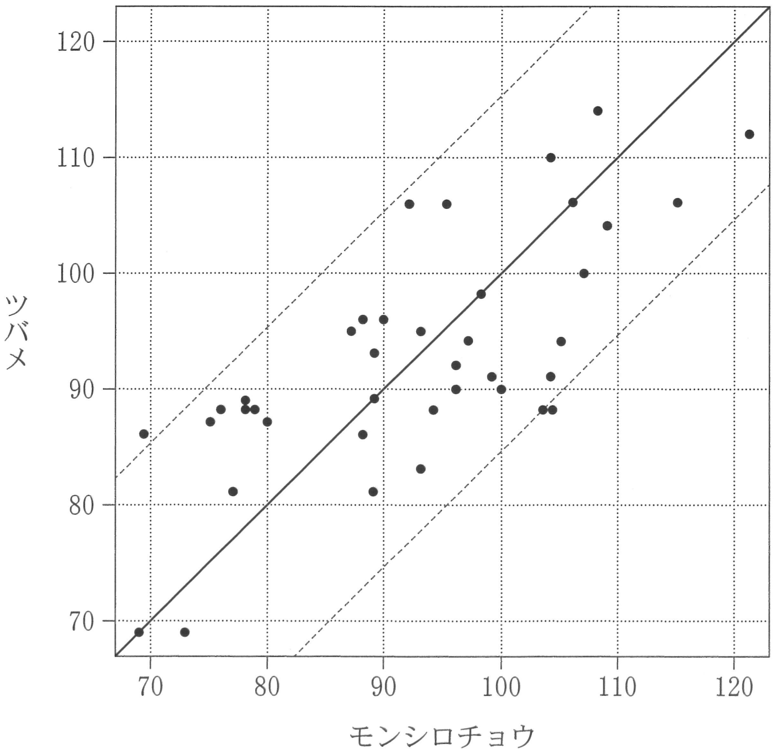

図4　モンシロチョウとツバメの初見日(2017年)の散布図

(出典：図3，図4は気象庁「生物季節観測データ」Webページにより作成)

(数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。)

(3) 一般に n 個の数値 x_1, x_2, $\cdots$, x_n からなるデータ X の平均値を $\overline{x}$, 分散を s^2, 標準偏差を s とする。各 x_i に対して

$$x'_i = \frac{x_i - \overline{x}}{s} \quad (i = 1, 2, \cdots, n)$$

と変換した x'_1, x'_2, $\cdots$, x'_n をデータ X' とする。ただし, $n \geqq 2$, $s > 0$ とする。

次の テ , ト , ナ に当てはまるものを, 下の⓪〜⑧のうちから一つずつ選べ。ただし, 同じものを繰り返し選んでもよい。

- X の偏差 $x_1 - \overline{x}$, $x_2 - \overline{x}$, $\cdots$, $x_n - \overline{x}$ の平均値は $\boxed{テ}$ である。
- X' の平均値は $\boxed{ト}$ である。
- X' の標準偏差は $\boxed{ナ}$ である。

⓪ 0　① 1　② -1　③ $\overline{x}$　④ s

⑤ $\dfrac{1}{s}$　⑥ s^2　⑦ $\dfrac{1}{s^2}$　⑧ $\dfrac{\overline{x}}{s}$

図4で示されたモンシロチョウの初見日のデータ M とツバメの初見日のデータ T について上の変換を行ったデータをそれぞれ M', T' とする。

次の ニ に当てはまるものを, 図5の⓪〜③のうちから一つ選べ。

変換後のモンシロチョウの初見日のデータ M' と変換後のツバメの初見日のデータ T' の散布図は, M' と T' の標準偏差の値を考慮すると $\boxed{ニ}$ である。

(数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。)

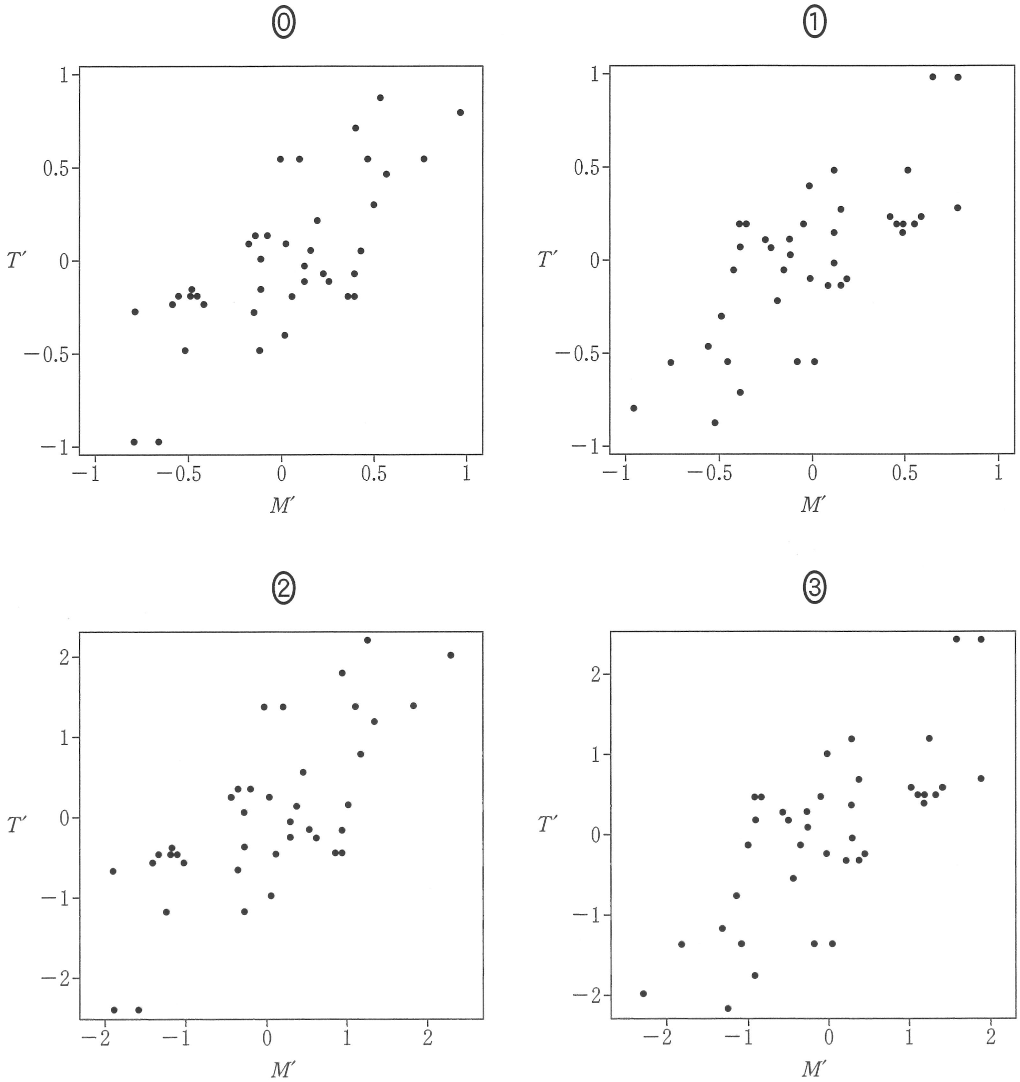

図5　四つの散布図

数学Ⅰ・数学A　第3問～第5問は，いずれか2問を選択し，解答しなさい。

第3問　（選択問題）（配点　20）

赤い袋には赤球2個と白球1個が入っており，白い袋には赤球1個と白球1個が入っている。

最初に，さいころ1個を投げて，3の倍数の目が出たら白い袋を選び，それ以外の目が出たら赤い袋を選び，選んだ袋から球を1個取り出して，球の色を確認してその袋に戻す。ここまでの操作を1回目の操作とする。2回目と3回目の操作では，直前に取り出した球の色と同じ色の袋から球を1個取り出して，球の色を確認してその袋に戻す。

(1)　1回目の操作で，赤い袋が選ばれ赤球が取り出される確率は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ であり，白い袋が選ばれ赤球が取り出される確率は $\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。

(2)　2回目の操作が白い袋で行われる確率は $\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カキ}}}$ である。

（数学Ⅰ・数学A第3問は次ページに続く。）

(3)　1回目の操作で白球を取り出す確率を p で表すと，2回目の操作で白球が取り出される確率は $\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}p+\dfrac{1}{3}$ と表される。

よって，2回目の操作で白球が取り出される確率は $\dfrac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シスセ}}}$ である。

同様に考えると，3回目の操作で白球が取り出される確率は $\dfrac{\boxed{\text{ソタチ}}}{\boxed{\text{ツテト}}}$ である。

(4)　2回目の操作で取り出した球が白球であったとき，その球を取り出した袋の色が白である条件付き確率は $\dfrac{\boxed{\text{ナニ}}}{\boxed{\text{ヌネ}}}$ である。

また，3回目の操作で取り出した球が白球であったとき，はじめて白球が取り出されたのが3回目の操作である条件付き確率は $\dfrac{\boxed{\text{ノハ}}}{\boxed{\text{ヒフヘ}}}$ である。

第4問 （選択問題）（配点　20）

(1) 不定方程式

$$49x - 23y = 1$$

の解となる自然数 x, y の中で，x の値が最小のものは

$$x = \boxed{\text{ア}}, \quad y = \boxed{\text{イウ}}$$

であり，すべての整数解は，k を整数として

$$x = \boxed{\text{エオ}}\,k + \boxed{\text{ア}}, \quad y = \boxed{\text{カキ}}\,k + \boxed{\text{イウ}}$$

と表せる。

(2) 49 の倍数である自然数 A と 23 の倍数である自然数 B の組 (A, B) を考える。A と B の差の絶対値が 1 となる組 (A, B) の中で，A が最小になるのは

$$(A, B) = \left(49 \times \boxed{\text{ク}}, \quad 23 \times \boxed{\text{ケコ}}\right)$$

である。また，A と B の差の絶対値が 2 となる組 (A, B) の中で，A が最小になるのは

$$(A, B) = \left(49 \times \boxed{\text{サ}}, \quad 23 \times \boxed{\text{シス}}\right)$$

である。

（数学Ⅰ・数学A第4問は次ページに続く。）

(3) 連続する三つの自然数 a, $a+1$, $a+2$ を考える。

a と $a+1$ の最大公約数は 1

$a+1$ と $a+2$ の最大公約数は 1

a と $a+2$ の最大公約数は 1 または $\boxed{\text{セ}}$

である。

また，次の条件がすべての自然数 a で成り立つような自然数 m のうち，最大のものは $m=\boxed{\text{ソ}}$ である。

条件：$a(a+1)(a+2)$ は m の倍数である。

(4) 6762 を素因数分解すると

$$6762 = 2 \times \boxed{\text{タ}} \times 7^{\boxed{\text{チ}}} \times \boxed{\text{ツテ}}$$

である。

b を，$b(b+1)(b+2)$ が 6762 の倍数となる最小の自然数とする。このとき，b, $b+1$, $b+2$ のいずれかは $7^{\boxed{\text{チ}}}$ の倍数であり，また，b, $b+1$, $b+2$ のいずれかは $\boxed{\text{ツテ}}$ の倍数である。したがって，$b=\boxed{\text{トナニ}}$ である。

第5問 （選択問題）（配点　20）

△ABCにおいて，AB = 4，BC = 7，AC = 5とする。

このとき，$\cos \angle BAC = -\dfrac{1}{5}$，$\sin \angle BAC = \dfrac{2\sqrt{6}}{5}$である。

△ABCの内接円の半径は$\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ア}}}}{\boxed{\text{イ}}}$である。

この内接円と辺ABとの接点をD，辺ACとの接点をEとする。

$$AD = \boxed{\text{ウ}}, \quad DE = \frac{\boxed{\text{エ}}\sqrt{\boxed{\text{オカ}}}}{\boxed{\text{キ}}}$$

である。

（数学Ⅰ・数学A第5問は次ページに続く。）

線分 BE と線分 CD の交点を P，直線 AP と辺 BC の交点を Q とする。

$$\frac{\mathrm{BQ}}{\mathrm{CQ}} = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$$

であるから，BQ = $\boxed{\text{コ}}$ であり，△ABC の内心を I とすると

$$\mathrm{IQ} = \frac{\sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シ}}}$$

である。また，直線 CP と△ABC の内接円との交点で D とは異なる点を F とすると

$$\cos\angle\mathrm{DFE} = \frac{\sqrt{\boxed{\text{スセ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}$$

である。